Quadratische Funktionen und Gleichungen

Grundlagen, Formen der Funktionsgleichung

Ziele: Graphen skizzieren (auch mit Schablone zeichnen)

Punktprobe, Scheitelpunkt aus Graph oder Gleichung angeben, Wertebereich angeben

Eigenschaften aus Graphen ablesen können

Gleichungen aus gegebenen Scheitel angeben

Bedeutung der Parameter in: $f(x) = x^2 + c$, $f(x) = (x + d)^2 + e$, $f(x) = ax^2$

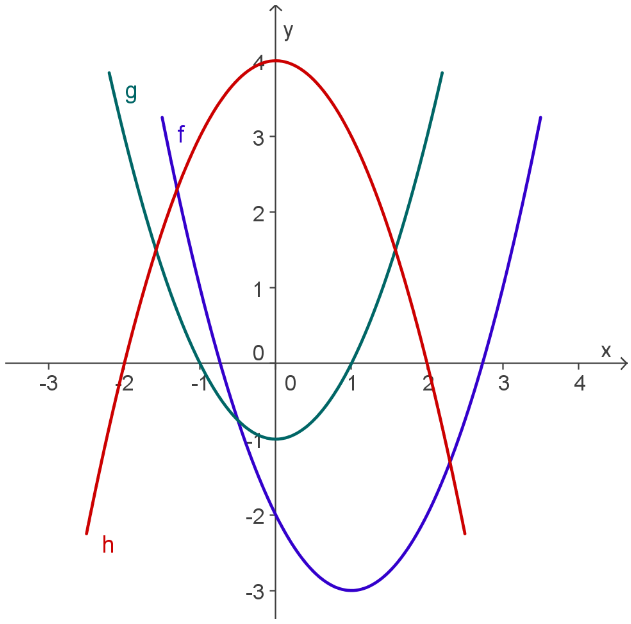
Umwandeln aus der Scheitelpunktform in die Normalform $f(x) = x^2 + px + q$ und umgekehrt

Bsp.: Gegeben ist die Funktion $y = f(x) = x^2 – 2$

a) Prüfen Sie ob P(-2| 1.8) auf dem Graphen liegt!	$f(-2) = 2$, P liegt nicht auf G_f
b) Für welche Werte von t liegt Q(t; 7) auf dem Graphen von f?	$f(t) = 7$, $t^2 = 9$, $t = 3$, $t = -3$
c) Geben Sie den Scheitelpunkt der Parabel f an!	S(0| -2)

Berechnen Sie die Funktionswerte f(3) und f(2 + t) für die Funktion $y = f(x) = (x – 2)^2 – 4$	$f(3) = 1^2 – 4 = -3$ $f(2 + t) = t^2 – 4$

Geben Sie die Gleichungen der gegebenen Normalparabeln an!



$f(x) = (x - 1)^2 - 3$

$g(x) = x^2 - 1$

$h(x) = -x^2 + 4$

Beschreiben Sie, wie der Graph von $g(x) = 2x^2 - 3$ aus dem Graphen von $f(x) = x^2$ hervorgeht!

Der Scheitel von g ist um 3 LE gegenüber nach unten verschoben.

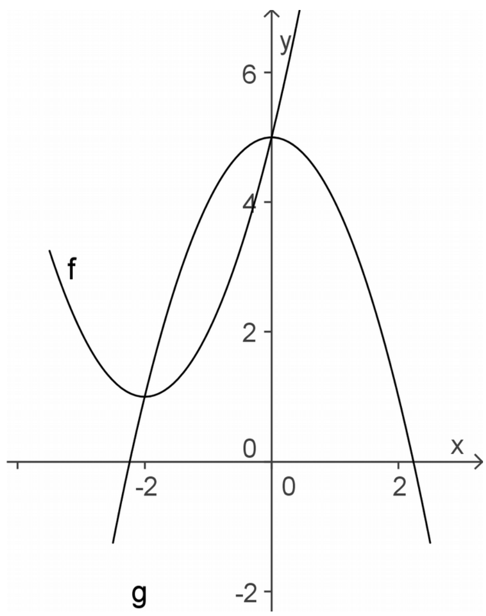
Der Faktor 2 bewirkt eine Streckung des Graphen von g in y-Richtung.

Geben Sie den Scheitelpunkt an und skizzieren Sie den Graphen von

a) $y = f(x) = (x + 2)^2 + 1$

b) $y = g(x) = -x^2 + 5$

a) S(-2| 1); b) S(0| 5)



Bestimmen Sie den maximalen Wertebereich von $f(x) = (x - 4)^2 - 12$.

S(4; -12), Öffnung nach oben

$W = \{ y : y \in \mathbb{R} \wedge y \geq -1$

Formen Sie in die Normalform um: $y = f(x) = (x + 3)^2 - 2$

$f(x) = x^2 + 6x + 11$

Formen Sie in Scheitelpunktform um: $f(x) = x^2 - 4x + 7$

$f(x) = x^2 - 4x + 4 + 3$

$f(x) = (x - 2)^2 + 3$

Quadratische Gleichungen

Ziele: einfache quadratische Gleichungen vorteilhaft lösen: $x^2 = c$, $(x + d)^2 + e = 0$

Produkte mit dem Wert 0: $(ax + b)(cx + d) = 0$

Gleichungen durch Faktorisieren umformen: $x^2 + bx = 0$

sichere Anwendung der Lösungsformel,
(Ob der Begriff Diskriminante einbezogen wird, möge der Fachlehrer selbst entscheiden.)

Verbindung zu Funktionseigenschaften (Nullstellen, Schnittpunkte) herstellen

Bsp.: Bestimmen Sie die Lösungsmenge von $x^2 - 144 = 0$

$|x| = 12$, $x = \pm 12$

Lösen Sie: $(x + 1)^2 - 9 = 0$

$$|x+1|=3$$
$$x_1=2, x_2=-4$$

Bestimmen Sie die Nullstellen von: $f(x) = x^2 - 6x$

$$x^2-6x=x(x-6)=0$$
$$x_1=0, x_2=6$$

An welchen Stellen schneidet der Graph von $y = f(x) = (x - 3)(2x - 3)$ die x-Achse?

$$(x-3)(2x-3)=0$$
$$x_1=3,\ x_2=\frac{3}{2}$$

Lösen Sie: $x^2 - 2x = 4x - 8$

$$x^2-6x+8=0$$
$$x_{1/2}=3\pm\sqrt{9-8}$$
$$x_1=2\ \ x_2=4$$

Für welche Werte von a hat die Gleichung $x^2 + 12x + a$

a) genau eine

b) keine Lösung?

$$x^2+12x+a=0$$
$$x_{1/2}=-6\pm\sqrt{36-a}$$

a) $a = 36$, $x = -6$

b) $a > 36$, Wurzel nicht definiert

Wie hängt die Anzahl der Lösungen von $0 = x^2 - 2tx + 25$ von t ab?

$$x^2-2tx+25=0$$
$$x_{1/2}=t\pm\sqrt{t^2-25}$$

$|t| > 5$: 2 Lösungen

$|t| = 5$: genau eine Lösung

$|t| < 5$: keine Lösung

Eine nach oben geöffnete Normalparabel hat die Nullstellen -2 und 4.	
a) Gib ihre Gleichung in Normalform an!	$y = (x + 2)(x - 4) = x^2 - 2x - 8$
b) Gib den Scheitelpunkt an!	$x_s = 1$, $f(1) = -9$, $S(1; -9)$
Bestimmen Sie die Lösungen von $x^6 - 256x^2 = 0$	$x^2(x^4 - 256) = 0$ $x^2(x^2 + 16)(x - 4)(x + 4) = 0$ $x_1 = 0$, $x_2 = -4$, $x_3 = 4$
In welchen Punkten schneiden sich $y = f(x) = x + 4$ und $y = g(x) = 4 - x^2$?	$f(x) = g(x)$: $x(x + 1) = 0$ $x = 0$: $P(0; 4)$ $x = -1$: $Q = (-1; 3)$