

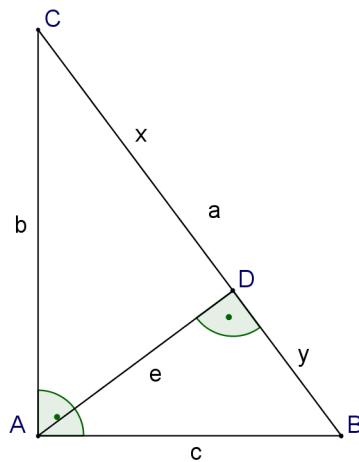
Die Satzgruppe des Pythagoras

Höhensatz, Kathetensatz und Satz des Pythagoras

Ziele: Kenntnis der Sätze und ihrer Gültigkeit nur in rechtwinkligen Dreiecken

Anwendungen in beliebigen, auch anders bezeichneten rechtwinkligen Dreiecken zur Berechnung ausgewählter, gesuchter Stücke

Bsp: Notiere für das gegebene Dreieck Gleichungen zu den Sätzen:



Pythagoras: $a^2 = b^2 + c^2$

Höhensatz: $e^2 = x \cdot y$

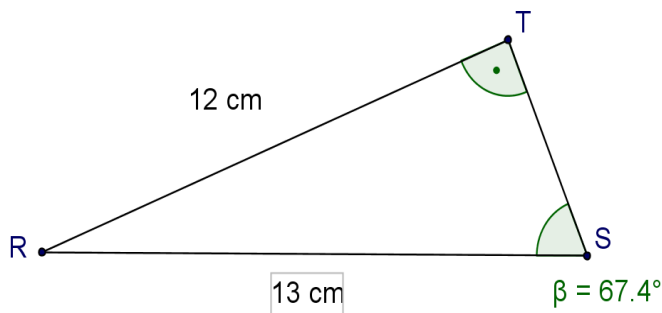
Kathetensatz: $c^2 = a \cdot y$
 $b^2 = a \cdot x$

Teildreiecke:

$c^2 = e^2 + y^2$

$b^2 = e^2 + x^2$

Berechne im Dreieck RST die fehlenden Stücke!



$\alpha = 90^\circ - 67,4^\circ = 22,6$

$r = 5 \text{ cm}$

Ein rechtwinkliges Dreieck hat die Hypotenusenabschnitte $p = 3 \text{ cm}$ und $q = 12 \text{ cm}$.

Wie groß ist seine Höhe?

$$h = 6 \text{ cm}$$

Wie groß ist seine Fläche?

$$A = 0,5 \cdot 6 \text{ cm} \cdot (12 \text{ cm} + 3 \text{ cm})$$

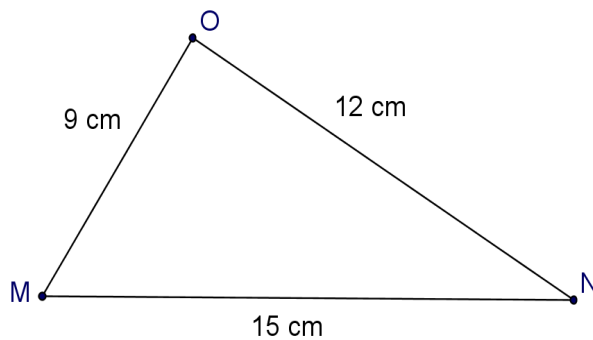
$$A = 45 \text{ cm}^2$$

In einem rechtwinkligen Dreieck unterscheiden sich die Katheten um 2 cm . Eine der Katheten ist 8 cm lang. Welche Möglichkeiten für die Länge der Hypotenuse gibt es?

$$(1) \quad 6 \text{ cm}, 8 \text{ cm} \rightarrow 10 \text{ cm}$$

$$(2) \quad 8 \text{ cm}, 10 \text{ cm} \rightarrow \sqrt{(164)} = 2\sqrt{41} \text{ cm}$$

Liegt ein rechtwinkliges Dreieck vor? Begründe!



Ja, denn $225 = 144 + 81$

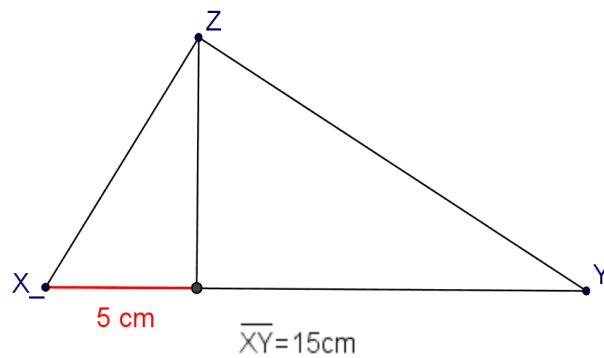
Berechne die Länge der Katheten im gegebenen Dreieck!

Angaben in cm

über Kathetensatz:

$$\overline{XZ} = \sqrt{75} = 5 \cdot \sqrt{3}$$

$$\overline{YZ} = \sqrt{150} = 5 \cdot \sqrt{6}$$



Anwendungen in der Ebene

Ziele: Schüler können in einfachen Anwendungen in ebenen Figuren die Sätze effektiv anwenden.

Bsp: Berechne die Diagonalenlänge in einem Quadrat mit der Seitenlänge von $\sqrt{32}$ LE. $d = 8$ LE

Ein Rechteck hat die Seitenlängen von $a = 0,15$ m und $b = 8$ cm 17 cm

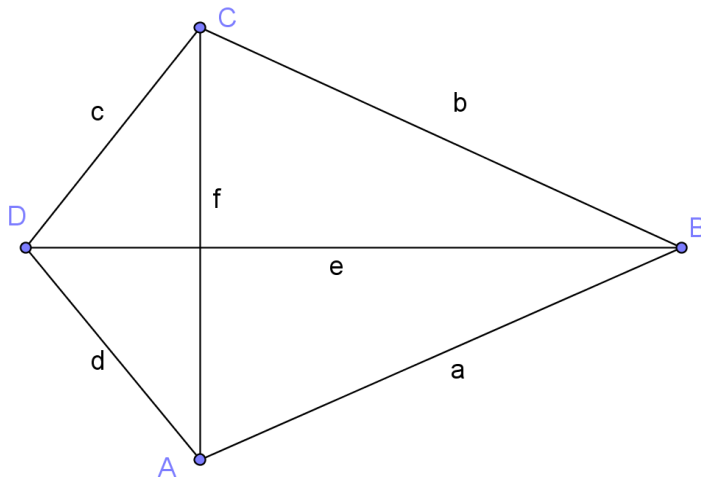
Berechne die Seitenlängen in dem gegebenen Drachenviereck mit $e = 12$ cm und $f = 8$ cm. Dabei wird die längere Diagonale e im Verhältnis 1:3 geteilt.

$$e_1 = 3 \text{ cm}, e_2 = 9 \text{ cm},$$

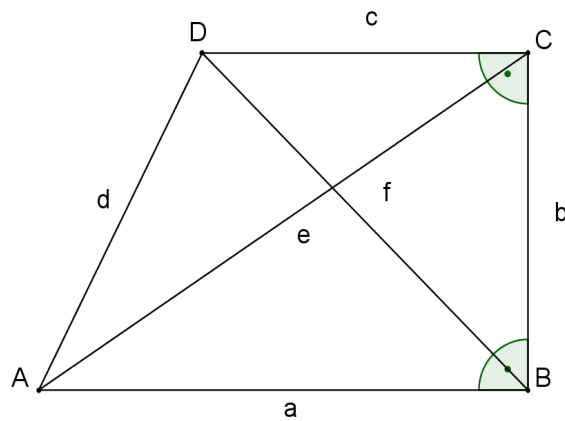
$$f_1 = f_2 = 4 \text{ cm},$$

$$c = d = 5 \text{ cm}$$

$$a = b = \sqrt{97} \text{ cm}$$



Gegeben ist ein Trapez mit 2 rechten Winkeln (Skizze).



a) Für welche Teilfiguren lässt sich der Satz des Pythagoras nutzen?

b) Schreibe diesen für diese Teildreiecke auf!

c) Berechne a und c aus $e = 10$ LE, $f = 8$ LE und $b = 6$ LE!

Dreiecke ABC und BCD

$$e^2 = a^2 + b^2, \quad f^2 = b^2 + c^2$$

$$a = 8 \text{ LE}, \quad c = 2 \cdot \sqrt{7} \text{ LE}$$

Anwendungen im Raum

Ziele: Schwerpunkte sind: Erkennen rechtwinkliger Dreiecke, Berechnung von Längen an und in Körpern

einfache Sachaufgaben.

Bsp: Wie lang ist die Raumdiagonale eines Würfels mit der Kantenlänge 6 LE?

$$\text{Ansatz: } d^2 = 3a^2$$

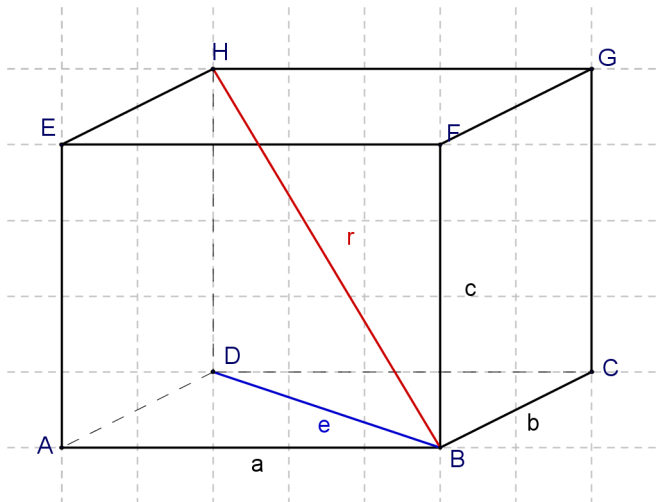
$$d = 6 \cdot \sqrt{3} \text{ LE}$$

Ein Quader hat eine quadratische Grundfläche mit der Seitenlänge a und die Höhe h . Seine Raumdiagonale sei mit r bezeichnet.

Schreibe eine Formel für die Berechnung von r aus a und h auf!

$$r = \sqrt{2a^2 + h^2}$$

gegeben: $e = 12 \text{ cm}$, $r = 15 \text{ cm}$, $a = 10 \text{ cm}$,
gesucht: b , c



$$b = \sqrt{44} = 2\sqrt{11}$$

$$c = \sqrt{225 - 144} = 9$$

Passt ein 1 m langer Stab in eine quaderförmige Kiste mit dem Maßen 50 cm, 60 cm und 60 cm?

nein

$r =$

$$\sqrt{0,36+0,36+0,25}=\sqrt{1}$$

$$r < 1 \text{ m}$$

Eine 8 m lange Leiter wird an eine Hauswand gelehnt. Dabei stehen die Füße der Leiter 2 m von der Hauswand entfernt. Weise nach, dass sie die Wand in mehr als 7 m Höhe berührt!

$$h = \sqrt{64 \text{ m}^2 - 4 \text{ m}^2} = \sqrt{60} \text{ m}$$

$$h > 7 \text{ m}$$